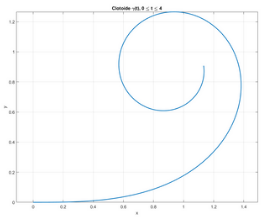
LA CLOTOIDE

Una clotoide es una curva de transición en la que la curvatura aumenta linealmente con la longitud, pasando suavemente de una recta a una curva circular.

Gráfica de la clotoide

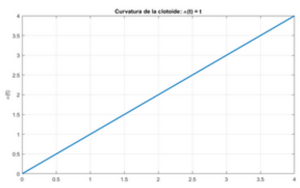
$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) = \left(\int_0^t \cos\left(\frac{s^2}{2}\right) ds, \int_0^t \sin\left(\frac{s^2}{2}\right) ds\right), \qquad t \in (0, L), \ L=4$$

La curvatura no aparece de golpe, sino que aumenta de forma progresiva y lineal a medida que se recorre la curva



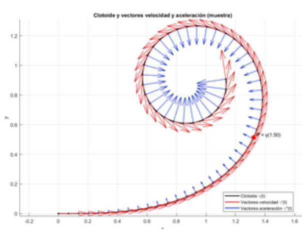
Curvatura de la clotoide

- La curvatura aumenta linealmente con la longitud, cambia de manera progresiva y uniforme.



Vector velocidad y aceleración

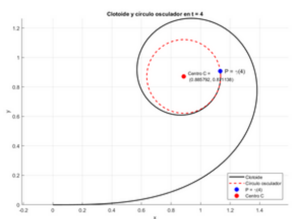
- El vector velocidad en cada punto es tangente a la curva y su dirección va cambiando de manera continua, con lo que va girando suavemente siguiendo la forma de la clotoide



- El vector aceleración representa como cambia el vector velocidad a lo largo del movimiento. Siempre va orientado hacia el lado hacia el que se curva la trayectoria. Este crecimiento no es brusco, sino gradual

Clotoide y Círculo osculador

- La clotoide aumenta linealmente con la longitud del arco
- El punto P es la posición de la clotoide cuando el parámetro vale 4



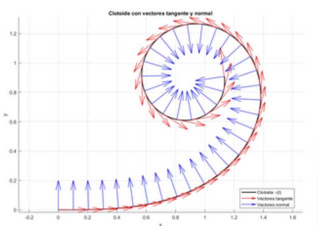
- El círculo osculador tiene su centro en el punto rojo, calculado usando la normal a la curva. Este círculo es el que mejor se ajusta a la curva en ese punto, describiendo su curvatura instantánea en el mismo punto.

Vector normal y tangente

$$\vec{\gamma'} = cos(\frac{t^2}{2})\vec{i} + sin(\frac{t^2}{2})\vec{j}$$

$$\vec{\gamma''} = -t \cdot sin(\frac{t^2}{2})\vec{i} + t \cdot cos(\frac{t^2}{2})\vec{j}$$

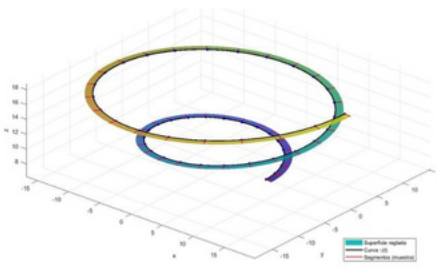
La gráfica de estos vectores muestra como la dirección del movimiento cambia de forma gradual



- El vector tangente indica en cada punto hacia donde avanza la curva
- El vector normal indica hacia donde se curva

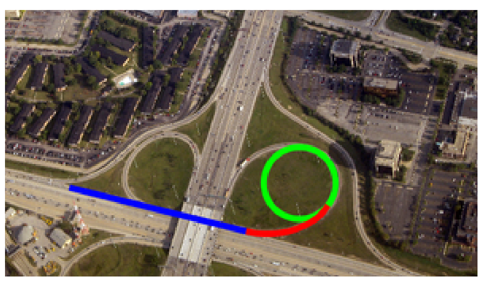
Helicoide Cónico

El helicoide cónico se forma cuando una línea recta gira en espiral mientras se desplaza hacia arriba y se aleja del eje, creando una especie de rampa helicoidal que se ensancha.

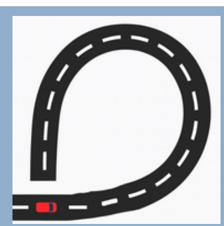


El estudio de la clotoide resulta motivador porque permite mejorar la seguridad, la eficiencia y la comodidad en aplicaciones reales, gracias a conceptos matemáticos como el cálculo diferencial, las integrales o la geometría de curvas. Además, la clotoide permite comprender cómo conceptos teóricos pueden convertirse en soluciones prácticas. Por ejemplo, ayuda a que los vehículos en carretera cojan las curvas con mayor seguridad, confort y menos exigencia en la adherencia neumático-calzada.

La clotoide se usa en: ferrocarriles, montañas rusas, robótica, interpolación y gráficos por ordenador, diseño óptico, trayectorias suaves o carreteras (curvas de transición para evitar giros bruscos).

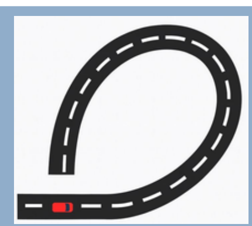


Tenemos una carretera y un coche que circula a velocidad moderada (por ejemplo: 50 km/h). Comparamos dos trazados:



SIN CLOTOIDE

- La carretera pasa de recta a curva de golpe.
- El coche recibe un cambio lateral brusco al entrar en la curva.



CON CLOTOIDE

- La carretera cambia de forma progresiva, curvatura creciente suavemente.
- El cambio lateral es gradual, el coche va girando de forma suave

Conclusión:

Un trazado con clotoide convierte una maniobra peligrosa en una maniobra segura y cómoda.
Un trazado sin clotoide puede ser inseguro incluso a la misma velocidad, por los picos bruscos de esfuerzo lateral.

bibliografía

Para la realización del póster se han usado como soporte las siguientes páginas web.

- mat.caminos.upm.es
- moodle.upm.es

Imágenes:
- https://share.google/images/4s2uG2n1wT2IBFlo0
- https://share.google/images/8CKP5FaOZ1dUY6xhh

GRUPO 41
Juan Luis Hermida Manso
Adolfo López March
Laura Rodríguez Neiras
Marta Marco Martín-Romo
Ángela Sánchez Barrio