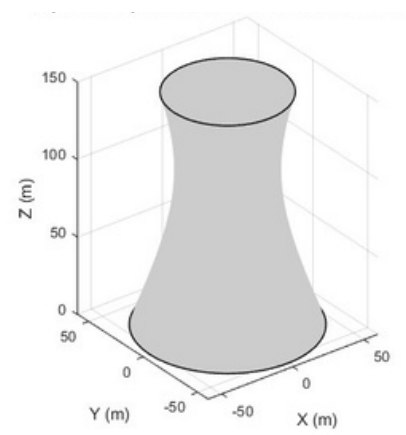


TORRES DE ENFRIAMIENTO HIPERBÓLICAS

Departamento de Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería Civil y Naval
Teoría de Campos (Curso 2025/2026)
Grupo 35

PEDRO MIGUEL JAUME MÉNDEZ, ALEJANDRO JIMÉNEZ GARCÍA, MIGUEL ÁLVAREZ PENABAD,
RODRIGO MARTÍNEZ VILLÉN, NOAH GONZÁLEZ BECERRA



¿QUE SON?

Las torres de enfriamiento hiperbólicas, típicas de centrales nucleares y termoeléctricas, combinan la estabilidad frente al viento con eficiencia en la convección del aire caliente, ejemplificando cómo la ingeniería optimiza la forma para el enfriamiento. No solo se pueden encontrar estructuras hiperbólicas en este ámbito, siendo mucho más extenso y pudiéndose dejar ver en numerosos edificios, torres o cubiertas.



MODELO GEOMÉTRICO DE LA TORRE DE ENFRIAMIENTO

- La torre se modela como un hiperboloide de revolución, definido por sus dimensiones: 150 m de altura, 55 m de radio en la base y 30 m en el cuello.
- Se fija la altura del cuello en 100 m (dos tercios de la altura total) para determinar la curvatura y apertura de la superficie.
- Con estos parámetros se obtiene una ecuación que describe con precisión la geometría de la torre, útil para análisis estructurales, simulaciones y estudios aerodinámicos.

La superficie del hiperboloide viene descrita en coord. cartesianas:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 1 \quad \text{y en coord. cilíndricas como} \quad \frac{\rho^2}{a^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 1$$

siendo $x = \rho \cos(\theta)$

$y = \rho \sin(\theta)$

$z = z$

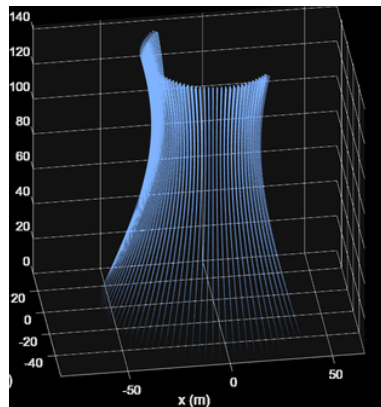
- Hallamos los valores de los parámetros $a=30\text{m}$ y $c=65,0791\text{m}$

Modelo de presión del viento

- El viento ejerce presiones laterales variables que cambian con la altura de la torre.
 - La velocidad del viento se modela con una ley de potencia, usando:
 - 18 m/s como velocidad de referencia,
 - 10 m como altura de referencia,
 - $\alpha = 0,14$ como exponente característico del terreno.
 - Densidad del aire: $1,2 \text{ Kg/m}^3$
- Con esta velocidad se calcula la presión del viento en la dirección paralela al vector:

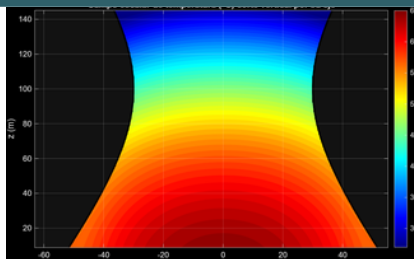
$$-\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j})$$

- El modelo resultante describe una presión que crece gradualmente con la altura.



CAMPO DE TEMPERATURA Y GRADIENTE

- La temperatura del aire disminuye al ascender por convección natural.
- Modelo dependiente de altura y radio, con temperatura de la base a 65°C y la temperatura en la cima a 27°C .
- Variación vertical: $\Delta T_z = 38^\circ\text{C}$
- Variación radial: $\Delta T_r = 8^\circ\text{C}$
- Exponente de convección $n = 1,8$.
- Permite representar cómo cambia la temperatura dentro de la torre de forma continua.



Cálculo del gradiente

$$T(\rho, z) = T_{base} - \Delta T_z \left(\frac{z}{H} \right)^n - \Delta T_r \left(1 - e^{-\frac{\rho^2}{R_{max}^2}} \right)$$

$$T(\rho, z) = 65 - 38 \left(\frac{z}{150} \right)^{1,8} - 8 \left(1 - e^{-\frac{\rho^2}{55^2}} \right)$$

$$\nabla T(\rho, z) = \frac{\partial T}{\partial \rho} e_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \theta} e_\theta + \frac{\partial T}{\partial z} e_z$$

$$\nabla T(\rho, z) = -\frac{16\rho}{3025} e^{-\frac{\rho^2}{55^2}} e_\rho - 0,456 \left(\frac{z}{150} \right)^{0,8} e_z$$

$$\nabla T = (-8 + 8e^{-\frac{\rho^2}{55^2}}) e_\rho - 0,456 \left(\frac{z}{150} \right)^{0,8} e_z$$

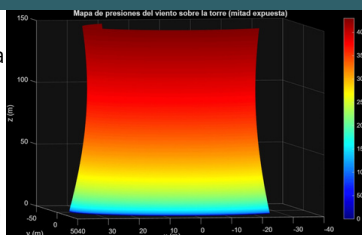
ANÁLISIS DE LA PRESIÓN DEL VIENTO

- La presión de viento viene definida por la siguiente función dependiente del viento para cada altura:

$$P(z) = \frac{1}{2} \rho V(z)^2 \quad V(z) = V_0 \left(\frac{z}{Z_{ref}} \right)^\alpha$$

- Sustituyendo las constantes:

$$P(z) = \frac{1}{2} \rho V(z)^2 = \frac{1}{2} \rho \left(V_0 \left(\frac{z}{Z_{ref}} \right)^\alpha \right)^2 = \frac{1}{2} (18 \left(\frac{z}{10} \right)^{0,14})^2 \approx 102,0226 z^{0,28}$$



VENTAJAS FRENTE A UNA FORMA CILÍNDRICA

Estructurales:

1. Al ser una superficie doblemente reglada, cada punto de la superficie puede obtenerse como la intersección de dos líneas rectas \rightarrow facilita la construcción con vigas rectas.
2. Mayor resistencia frente a cargas de viento y compresión.
3. Más rígida y barata que un cilindro.
4. Permite reducir tiempos de ejecución y cantidad de material.
5. Logra mayor resistencia con un espesor menor.

- Fuerza por unidad de superficie:

$$\frac{1}{2} A_{cilindro} = \pi r(r+h)$$

$$F = \rho V_0^2 Z_{ref}^{2\alpha} \left(\frac{R \times H^{2\alpha+1}}{2\alpha+1} \right)$$

$$P = \frac{F}{S}$$

$$P = 151'0112717 \text{ Pa}$$

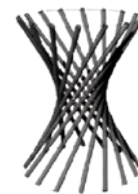


- Fuerza total:

$$P(z) = \frac{1}{2} \rho V(z)^2$$

$$V(z) = V_0 \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad \text{Perfil del viento}$$

$$R(z) = R_{min} + \frac{\Delta R}{H} z \quad \text{Radio lineal}$$



- Sustituyendo en la ecuación e integrando queda:

$$F = \rho V_0^2 Z_{ref}^{2\alpha} \left[R_{min} \frac{H^{2\alpha+1}}{2\alpha+1} + \frac{\Delta R}{H} \frac{H^{2\alpha+2}}{2\alpha+2} \right]$$

$$F = 4.423835 \times 10^6 \text{ N}$$

Estructurales:

1. La "cintura" genera aceleración del aire por efecto Venturi \rightarrow aumenta velocidad y disminuye presión.
2. Efecto chimenea \rightarrow mejora la circulación natural del aire.
3. Proporciona un tiro de aire mayor que una torre cilíndrica, aumentando la eficiencia de la planta.

- Fuerza por unidad de superficie:

$$A_{mitad} = \pi \sqrt{1+R^2} \int_0^H R(z) dz \quad A_{mitad} = \pi H \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta R}{H} \right)^2} \left(R_{min} + \frac{\Delta R}{2} \right)$$

$$A_{mitad} \approx 2.0303909708635903 \times 10^4 \text{ m}^2, \quad (\approx 2.03 \times 10^4 \text{ m}^2)$$

$$P = \frac{F}{A_{mitad}} \quad P \approx 217.881 \text{ Pa}$$

MASA DE AIRE DENTRO DE LA TORRE

- La densidad del aire sigue la función

$$\rho(T) = \rho(\text{aire}) \frac{T_0 + 273}{T + 273}$$

- Podemos calcular la masa de aire con una integral triple:

$$Masa = \int_V \rho(T(\rho, z)) dV$$

$$Masa = \int_0^{2\pi} \int_0^{55} \int_0^{150} \frac{1225}{338 - 38 \left(\frac{z}{150} \right)^{1,8} - 8 \left(1 - e^{-\frac{\rho^2}{55^2}} \right)} \rho dz d\rho d\theta = 971206636,3383 \text{ kg}$$

- Comparándola con la masa a una $T_a = 15^\circ\text{C}$ la masa cambia drásticamente

$$\rho(15) = \rho(\text{aire}) \frac{T_0 + 273}{T + 273} = 1225$$

$$Masa(15) = \int_0^{2\pi} \int_0^{55} \int_0^{150} 1225 \rho dz d\rho d\theta = 1117590170,588 \text{ kg}$$

POTENCIA TÉRMICA EVACUADA

$$T_{media} = \frac{1}{V} \iiint_V T(\rho, z) dV$$

$$T_{media} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{55} \int_0^{150} \left[65 - 38 \left(\frac{z}{150} \right)^{1,8} - 8 \left(1 - e^{-\frac{\rho^2}{55^2}} \right) \right] \rho dz d\rho d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{55} \int_0^{150} \rho dz d\rho d\theta}$$

$$T_{media} = 58,4149^\circ\text{C}$$

$$P = \rho_{aire} c_p Q (T_{media} - T_{ambiente})$$

$$P = 1225 \times 1005 \times 1500 \times (58'4149 - 15)$$

$$P = 8,017375314 \times (10^{10}) \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

- **Introducción** - https://oa.upm.es/52155/1/PFC_RAQUEL_PARRA_SANCHEZ.pdf
- **Central Nuclear de Cofrentes** - <https://www.cncofrentes.es/conocenos/caracteristicas-y-funcionamiento/#torres-tiro>
- **Hipódromo de la Zarzuela** - https://oa.upm.es/52235/1/TFG_Gao_ChenChen.pdf
- **Código Matlab** - (libro) Programación para ingeniería y ciencias con Matlab, Sagrario Lantarón Sánchez
- **Corrección código Matlab** - chatgpt