**ETS INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS DE MADRID**
**CURSO 2012-13. PRIMER CUATRIMESTRE. PRÁCTICAS DE ESTADÍSTICA**
**CAPÍTULO 4. VARIABLE ALEATORIA BIDIMENSIONAL**

**Ejercicio 4-1 (Curso 2000-01. Primer parcial)**

Calcular la probabilidad de que la suma de dos números reales tomados aleatoriamente del intervalo $\left[0,1\right]$ sea menor que la unidad. Calcular la probabilidad de que su producto sea menor que 2/9.

**Ejercicio 4-2 (Curso 2006-07. Febrero)**

Dos personas, Rosa y Juan, han quedado citadas en un determinado lugar y tienen la misma probabilidad de llegar a la cita en el intervalo de tiempo (0 - 45) (en minutos). Calcular la probabilidad de que el tiempo máximo de espera sea de cinco minutos (en el caso de que Rosa espere a Juan) o quince minutos (en el caso de que Juan espere a Rosa).

**Ejercicio 4-3 (Curso 2000-01. Febrero)**

Una variable aleatoria bidimensional X, Y uniforme está definida en el dominio producto cartesiano (0, L)x(0, L). Se define un suceso S por el triángulo isósceles inscrito (o sea, con los tres vértices en el perímetro) en el cuadrado, estando el vértice opuesto al lado desigual en el origen.

Dados dos triángulos S1 y S2, ¿cuándo son sucesos independientes?

**Ejercicio 4-4 (Curso 2000-01. Junio)**

Dos variables aleatorias X e Y, cuya función de densidad conjunta sea $f(x,y) = xy$, siendo las marginales

$$f_1(x) = x$$
$$f_2(y) = y$$

son siempre independientes. ¿Es correcta esta afirmación?

**Ejercicio 4-5 (Curso 2002-03. Septiembre) (Curso 2007-08. Primer parcial)**

Se sabe que X e Y son variables aleatorias independientes. Si U = X + Y y V = X – Y ¿son independientes U y V? ¿Siempre? ¿Nunca? Razonar la respuesta detalladamente.

**Ejercicio 4-6 (Curso 2000-01. Septiembre)**

Sean X e Y dos variables aleatorias con densidad constante en un intervalo simétrico respecto del origen de coordenadas y de amplitud 2?. Se define la variable aleatoria Z como suma de las dos anteriores y, suponiendo que éstas son independientes, se pide obtener:

- Función de densidad de Z
- Función característica de Z
- Esperanza de Z
- Varianza de Z

**Ejercicio 4-7 (Curso 2004-05. Junio)**
Sea una variable aleatoria discreta (X, Y) definida en (0, 0) (1, 0) (1, 1) (2, 1) con cuantía uniforme. Estudiar la variable aleatoria X - Y (función de cuantía, de distribución, esperanza y varianza).

**Ejercicio 4-8 (Curso 2007-08. Septiembre)**
Sean X e Y dos variables aleatorias independientes con funciones de densidad:

- Para X: triangular entre 0 y 5
- Para Y: uniforme entre 0 y 5

Estudiar la distribución de X + Y (8 puntos). ¿Son X + Y y X independientes (justificar la respuesta)? (2 puntos)

**Ejercicio 4-9 (Curso 2008-09. Primer parcial)**
Se eligen al azar e independientemente dos números reales X e Y comprendidos entre 0 y 1. Calcular:

$$P\left[\frac{X}{2} < Y < \frac{3X}{4}\right]$$

**Ejercicio 4-10 (Curso 2009-10. Primer parcial)**
La duración aleatoria en horas de dos procesos (X e Y) viene dada por un modelo de probabilidad definido en (0,1) x (0, 1) con función de distribución conjunta F(x,y)=k(yx3/3 + xy3/3).

Caracterizar las distribuciones marginales (funciones de densidad y de distribución, comprobando que cumplen las condiciones que les son exigidas) (2 puntos)

Calcular la probabilidad de que:

- el proceso Y dure menos de 45 minutos (1 puntos)
- el proceso Y dure menos de 45 minutos, sabiendo que el proceso X ha durado menos de 20 minutos (2 puntos)
- el proceso Y dure menos de 45 minutos, sabiendo que el proceso X ha durado 20 minutos (5 puntos)

**Ejercicio 4-11 (Curso 2010-11. Primer parcial)**

Sea (X,Y) una variable aleatoria bidimensional con densidad uniforme definida en un paralelogramo de vértices (0,0) (2,0) (4,2) (2,2). Calcular E(X) E(Y) (2 puntos).

Se realiza la transformación $U = (X-2)/2$ $V=(X-2Y)/2$. Obtener la nueva función de densidad (2 puntos) ¿Son U,V variables independientes? (1 punto). Calcular E(U), E(V) (1 punto), V(X), V(Y) (3 puntos), COV (XY) (1 punto)