

ETS INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS DE MADRID
CURSO 2012-13. PRIMER CUATRIMESTRE. PRÁCTICAS DE ESTADÍSTICA
CAPÍTULO 3. VARIABLE ALEATORIA UNIDIMENSIONAL

Ejercicio 3-1 (Curso 2001-02. Primer parcial)

Supóngase que se lanza una moneda equilibrada hasta que aparecen al menos una cara y una cruz. Sea X el número de lanzamientos necesarios. Determinar la función de cuantía de X .

Ejercicio 3-2

Dada la función $g(x) = -x^2+1$ definida en $(-\infty, +\infty)$, determinar dónde puede ser función de densidad.

Ejercicio 3-3 (Curso 2000-01. Junio)

Una variable aleatoria, definida para $x \geq 0$, $x \leq 1$, tiene como función de densidad:

$$f(x) = (kx)^2 - 0.5$$

¿Qué valor tendría que tener la k para que esto fuese correcto?

Ejercicio 3-4 (Curso 2004-05. Septiembre)

Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = ax + b \quad x \in (0, d)$$

donde:

- “a” viene determinado por la parte entera de “m”, correspondiendo este valor a una nueva variable aleatoria Y normal con media “m” y varianza “m” tal que la “probabilidad de que Y esté comprendida entre “m” y “b” es del 45%
- “b” corresponde con el número mínimo de veces que es necesario lanzar una moneda al aire para que la probabilidad de obtener 4 caras sea al menos del 15%

En esas condiciones calcular:

1. Probabilidad de que tomando 3 valores aleatorios de X resulten los tres inferiores a su esperanza matemática
2. Probabilidad de que resulten inferiores a la esperanza matemática de Y

Ejercicio 3-5

El volumen de producción de una empresa viene dado por una variable aleatoria con densidad:

$$f(x) = e^{-x}$$

La función de costes totales es:

$$C = 3x^3 - 27x^2 + 81x$$

Calcular:

- Probabilidad de que el coste marginal (dC/dx) sea mayor que 81.
- Probabilidad de que la producción se encuentre por debajo del óptimo de explotación (mínimo de los costes totales medios).
- Probabilidad de que, habiéndose alcanzado, por lo menos, una producción de 10, se alcance al menos una producción de 20.

Ejercicio 3-6

Sea una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = a/\pi(x^2 + a^2)$$

con $x, a \in R$. Calcular la esperanza y la varianza.

Ejercicio 3-7 (Curso 2002-03. Primer parcial)

Sea una variable aleatoria dicotómica que adopta los valores -2 y 3. Calcular la función de cuantía, la función de distribución, la función característica y la función generatriz de momentos.

Ejercicio 3-8 (Curso 2008-09. Primer parcial)

Sea X una variable aleatoria con función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^x & x < 0 \\ \frac{1}{\pi} \left(\arctag x + \frac{\pi}{2} \right) & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

Calcular la esperanza matemática de $Y=X^2$.

Ejercicio 3-9 (Curso 2009-10. Primer parcial)

Sea una variable aleatoria X .

Se toman dos valores al azar. Calcular la probabilidad de que uno de ellos sea menor que el otro (1 punto). Calcular la probabilidad de que el segundo sea menor que el primero (1 puntos)

Se toman tres valores al azar. Calcular la probabilidad de que los dos últimos sean mayores que el primero (2 puntos)

Se toman n valores al azar. Calcular la probabilidad de que los p primeros sean inferiores a los $n-p$ últimos y verificar con esta expresión general los cálculos de los apartados anteriores (7 puntos)

Ejercicio 3-10

Los asistentes a una plaza de toros están definidos por una variable aleatoria X con esperanza 700 y desviación típica 350. Si para acudir a la fiesta se contratan autobuses con capacidad de 50 pasajeros cada uno, ¿cuántos autobuses habrá que contratar como mínimo para tener al menos una probabilidad del 80% de poder trasladar a todos los asistentes?

Ejercicio 3-11

En un cine de verano hay 800 sillas. El número de espectadores viene dado por una variable aleatoria X con esperanza 600 y desviación típica 100. ¿Qué se puede decir de la probabilidad de que se agote el aforo del cine?

Ejercicio 3-12 (Curso 2011-12. Primer parcial)

Sea una variable aleatoria con esperanza 242 y desviación típica 16. ¿Qué valor tiene una probabilidad de al menos el 90% de no ser superado?