

**ETS INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS DE MADRID**  
**CURSO 2012-13. SEGUNDO CUATRIMESTRE. PRÁCTICAS DE ESTADÍSTICA**  
**CAPÍTULO 5. CONTRASTE DE HIPÓTESIS. PRINCIPIOS BÁSICOS**

**Ejercicio 5-1 (Curso 2004-05. Septiembre)**

Sea una variable aleatoria normal  $N(\mu, 2)$ . A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 16, se desea contrastar la hipótesis nula  $H_0: \mu=0$  frente a la alternativa  $H_1: \mu=-1$ .

Calcular la mejor región crítica y el nivel de significación del contraste si se fija la potencia del contraste en 0,95.

Si la suma de los elementos muestrales es 0,2, determinar cuál debe ser la decisión a adoptar.

**Ejercicio 5-2 (Curso 2005-06. Febrero)**

Se está estudiando la temperatura a las 06:00 de la mañana durante el mes de mayo en un observatorio meteorológico. Se supone que la variable estudiada se comporta como una variable aleatoria normal.

Se dispone de una muestra de 6 días, en los que la temperatura registrada toma los siguientes valores:

18,8 14,9 21,0 25,2 24,6 26,2

Se pide:

1. Calcular un intervalo de confianza (95%) para la temperatura media
2. Calcular el mismo intervalo de confianza si se conoce que la desviación típica es 4.
3. Comparar los resultados de los apartados a) y b) y comentar las diferencias
4. Contrastar la hipótesis "Temperatura media = 18"
5. Si se enfrenta la hipótesis anterior a la de "Temperatura media = 20", ¿cuál hay que aceptar?
6. En ese caso, ¿cuál es la probabilidad de estar aceptando una hipótesis falsa? ¿y la de estar rechazando una hipótesis verdadera?

**Ejercicio 5-3 (Curso 2006-07. Febrero)**

Para analizar la resistencia a compresión del hormigón fabricado en una obra se ensayan ocho probetas, obteniéndose las siguientes presiones de rotura (expresadas en kg/cm<sup>2</sup>):

198,2 236,1 202,7 179,5 210,6 252,8 246,6 262,2

Se pide:

1. Calcular un intervalo de confianza (95%) para la resistencia media
2. Calcular el mismo intervalo de confianza si se conoce que la desviación típica poblacional es 31,75.
3. Comparar los resultados de los apartados 1 y 2 y comentar las diferencias

Manteniendo el supuesto de que se conoce la desviación típica poblacional:

4. Contrastar la hipótesis "resistencia media = 225,0"
5. Si se enfrenta la hipótesis anterior a la de "resistencia media = 220", ¿cuál hay que aceptar?
6. En ese caso, ¿cuál es la probabilidad de estar aceptando una hipótesis falsa? Comentar el resultado
7. ¿Y la de estar rechazando una hipótesis verdadera? Comentar el resultado

#### **Ejercicio 5-4 (Curso 2007-08. Junio)**

La resistencia de un determinado material se supone normal con una varianza de 16. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16 cuyo valor medio es 18,42. Para estimar la resistencia media del material se está dudando entre los valores 17 y 18. ¿Cuál se debería aceptar? (5 puntos) ¿En ese caso, cuál es la probabilidad de estar aceptando una hipótesis falsa? (3 puntos) ¿Y la de estar rechazando una hipótesis verdadera? (2 puntos).

#### **Ejercicio 5-5 (Curso 2008-09. Segundo parcial)**

Sea  $X$  una variable aleatoria normal  $N(\mu, 8)$  de la que se extrae una muestra aleatoria simple:

6,65	8,98	13,64	12,79	12,89	9,65	18,59	10,08	8,67	11,85
11,03	5,45	9,08	12,11	11,87	12,09	9,67	11,92	8,47	9,00
6,87	7,12	10,82	12,11	14,76	9,87	10,32	12,43	9,12	8,54
7,90	12,87	14,65	12,87	6,12	12,76	10,76	14,76	6,45	7,19

Se pide:

- a) Contrastar la hipótesis  $\mu = 12,50$  (1 punto)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de equivocarse en la decisión anterior? (1 punto)
- c) Si tuviera que elegir entre  $\mu = 12,50$  ó  $\mu = 12,00$ , ¿con qué valor se quedaría? (1 punto)
- d) ¿Cuál sería en este caso la probabilidad de equivocarse? (3 puntos)
- e) ¿Se podría reducir esa probabilidad al 1%? Justifique la respuesta y, en su caso, describa cómo (4 puntos)

#### **Ejercicio 5-6 (Curso 2008-09. Junio)**

Se está estudiando la demanda horaria de pedidos telefónicos de un cierto producto y en el modelo que se está preparando resulta esencial conocer la varianza de la

distribución de probabilidad de la variable aleatoria que representa dicho fenómeno. Para ello se toma una muestra aleatoria simple como la siguiente:

21	41	28	29	30	22	34	36	30	32
40	23	26	34	33	29	20	33	31	33
29	27	31	33	31	39	34	27	20	27
25	27	40	34	30	33	24	23	24	29
29	37	32	31	34	30	36	24	35	32

Apoyándose en las leyes de la inferencia estadística, se pide:

- Contrastar la hipótesis  $\sigma^2 = 30$  (1 punto)
- ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error de segunda especie en la decisión anterior? (1 punto)
- Si tuviera que elegir entre  $\sigma^2 = 30$  ó  $\sigma^2 = 31$ , ¿con qué valor se quedaría? (1 punto)
- ¿Cuál sería en ese caso la probabilidad de equivocarse? (3 puntos)
- ¿Se podría reducir la probabilidad de cometer un error de segunda especie al 1%? Justifique la respuesta y, en su caso, indique cómo (4 puntos)

#### **Ejercicio 5-7 (Curso 2008-09. Junio)**

Se está estudiando la variable aleatoria “número de automóviles que llegan al peaje de una autopista en un cuarto de hora”. Para verificar el valor de la varianza de dicha variable se toma una muestra aleatoria simple de tamaño “n” y se contrasta la hipótesis  $\sigma^2 = 250$  frente  $\sigma^2 = 235$ . La significación del contraste es del 5% y la potencia del 93%. En estas condiciones se pide:

- ¿Cuál era el tamaño de la muestra?
- ¿Qué valor se acepta si la media muestral es 242,5?

Posteriormente se decide realizar el mismo contraste con la misma significación pero aumentando la potencia del contraste al 99%

- ¿Cuál debería ser el tamaño de la muestra?
- Si la media muestral es la misma ¿cuál sería entonces la decisión?

Finalmente se redondea este último valor de “n” al entero más próximo y con esa muestra se contrasta la hipótesis  $\sigma^2 = 250$  frente a otro valor  $\sigma^2$  obteniéndose que la regla de decisión para aceptar el valor 250 es que la media muestral debe ser superior a 243,674 y que la probabilidad de aceptar una hipótesis falsa es de  $10^{-6}$ .

- ¿Cuál es el valor  $\sigma_1^2$  de la hipótesis alternativa?
- ¿Cuál es el nivel de significación del contraste?

#### **Ejercicio 5-8 (Curso 2011-12. Segundo parcial)**

Sea  $X$  una variable normal  $N(\mu, 4)$ . Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 17 con media muestral 51,1. Se desea elegir entre los valores 50 y 51 para  $\mu$ . ¿Cuál debe ser la decisión y cómo procedería Vd?

**Ejercicio 5-9 (Curso 2011-12. Junio)**

Sea  $X$  una variable normal  $N(\mu, 4)$ . Cuando se elige entre los valores 50 y 51 para  $\mu$  con muestras de tamaño 9 se obtiene que en muchos casos (dependiendo del valor de la media muestral) ambas hipótesis son aceptables y con la misma potencia, por lo que no se puede optar por ninguno de los dos valores con claridad. A partir de qué tamaño muestral tenemos información suficiente como para poder adoptar una decisión estadísticamente justificada que suponga aceptar uno de esos dos valores y rechazar el otro sin ningún tipo de confusión? (4 puntos) ¿Cuál sería la regla de decisión en ese caso? (3 puntos) ¿Cuál es la potencia del contraste? (2 puntos) ¿Y la probabilidad de aceptar una hipótesis falsa? (1 punto).